

## 1. Übungsblatt (erschienen am 17.04.2024)

### Aufgabe 1.1 (Votieraufgabe)

Berechnen Sie das Newtonpotential

$$\int_{B_R(0)} \rho(x) \frac{1}{|x - x_0|} dx$$

für die Kugel  $B_R(0) = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| < R\}$  und die Dichteverteilung  $\rho(x)$  gegeben durch

$$\rho(x) = \begin{cases} 2, & 0 \leq |x| < \frac{R}{2}, \\ 1, & \frac{R}{2} \leq |x| \leq R, \end{cases}$$

in  $x_0 = (0, 0, 2R)^T$ . Verwenden Sie dazu Kugelkoordinaten.

### Aufgabe 1.2 (Votieraufgabe)

(a) Beweisen Sie, dass

$$\Delta_x \frac{1}{|x - y|} = 0, \quad x \neq y.$$

(b) Sei  $y \in \mathbb{R}^3$  fest gewählt. Zeigen Sie, dass

$$\left| \nabla_x \frac{1}{|x - y|} \right| = \mathcal{O}\left(\frac{1}{|x|^2}\right)$$

für  $|x| \rightarrow \infty$  (d.h. gleichmäßig bzgl. aller Richtungen  $\frac{x}{|x|}$ ).

### Aufgabe 1.3 (Schriftliche Aufgabe)

Das Potential  $Q(x)$  eines Dipols sei gegeben durch

$$Q(x) = \frac{a \cdot x}{|x|^3}, \quad a \in \mathbb{R}^3, \quad x \neq 0.$$

Bestimmen Sie  $\text{grad } Q(x)$ ,  $\text{div grad } Q(x)$  und  $\text{rot grad } Q(x)$  für  $x \neq 0$ .

## Hinweise zur Übungsblattbearbeitung:

- Zu **schriftlichen Aufgaben** kann eine Ausarbeitung/Lösung angefertigt werden. Die Abgabe soll bis zum 24.04.2024 um 14:00 Uhr in Fach 17 in der Robert-Mayer Straße 6-8 erfolgen. Es darf in Zweiergruppen abgegeben werden.
- Zu **Votieraufgaben** wird keine schriftliche Abgabe verlangt. Die Lösung wird in der Übung besprochen.