

1. Übungsblatt (erschienen am 11.04.2022)

Aufgabe 1.1 (Votieraufgabe)

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme für $y(t)$.

(a) $\dot{y} = e^{5t}y, \quad y(0) = 1,$

(b) $\dot{y} = \lambda y + \sin(kt), \quad y(0) = 0, \quad \lambda, k \in \mathbb{R},$

(c) $y^3 \dot{y} = -t^2, \quad y(0) = 2.$

Verwenden Sie dazu zunächst formal die Technik der Separation der Variablen und/oder Variation der Konstanten und zeigen Sie dann rigoros, dass die so ermittelten Funktionen die Differentialgleichungen lösen.

Aufgabe 1.2 (schriftliche Aufgabe)[6 Punkte]

Seien $x_0, x_{\text{end}} \in \mathbb{R}, x_{\text{end}} > x_0$. Zeigen Sie, dass

(a) die Menge der auf $[x_0, x_{\text{end}}]$ stetigen Funktionen

$$C([x_0, x_{\text{end}}])^d := \{y : [x_0, x_{\text{end}}] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^d \text{ stetig}\}$$

ein reeller Vektorraum ist,

(b) die Abbildung

$$C([x_0, x_{\text{end}}])^d \rightarrow \mathbb{R}, \quad y \mapsto \|y\|_{\infty} := \max_{x \in [x_0, x_{\text{end}}]} \|y(x)\|$$

eine Norm bildet,

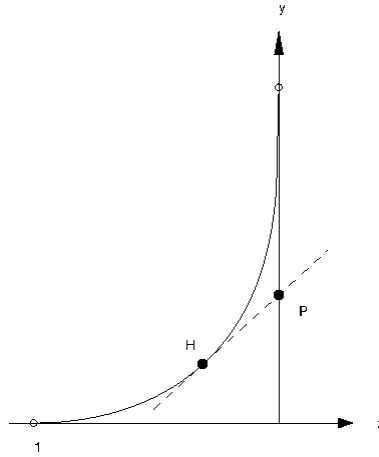
(c) $(C([x_0, x_{\text{end}}])^d, \|\cdot\|_{\infty})$ ein Banachraum ist.

Aufgabe 1.3 (Programmieraufgabe)[6 Punkte]

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich eine Person P im Nullpunkt $(0, 0)$ und wandert mit konstanter Geschwindigkeit a in Richtung der positiven y -Achse. Ein Hund H läuft ausgehend vom Punkt $(-1, 0)$ mit konstanter Geschwindigkeit c immer auf die Person zu. Die Position des Hundes sei gegeben durch die Funktion $(x(t), y(t))$.

(a) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion

```
function [] = hund(a,c,T,h)
```



die für die (nichtnegativen) Geschwindigkeiten $a, c \in \mathbb{R}$ die Bewegung des Hundes und der Person in der (x, y) -Ebene bis einem Zeitpunkt $T > 0$ veranschaulicht. Unterteilen Sie dazu das Zeitintervall $[0, T]$ in die Zeitpunkte $[0, h, 2h, 3h, \dots, T]$ ($h > 0$) und berechnen Sie für jeden Zeitpunkt die Position der Person und des Hundes aus den vorherigen Positionen (als diskrete Approximation).

Der Hund geht hierbei in jedem Zeitschritt auf die alte Position des Herrchens zu. Erstellen Sie insgesamt sechs Plots zu folgenden Werten: $T = 2$, $h = 0.1$ und $h = 0.01$, sowie $(a, c) = (2, 1)$, $(a, c) = (1, 2)$ und $(a, c) = (2, 2)$.

- (b) Überlegen Sie anhand Ihrer Vorschrift zur Veränderung der Bewegung des Hundes, welcher Differentialgleichung $(x(t), y(t))$ genügt (schriftlich).

Hinweise zur Übungsblattbearbeitung:

- Zu **schriftlichen Aufgaben*** soll eine Ausarbeitung/Lösung angefertigt werden, die bis zum 21.04.2022 um 12:00 Uhr in Fach 17 im 3. Stock der Robert-Mayer-Str. 6-8 abzugeben ist. Die jeweilige Fachnummer entnehmen Sie der Homepage.
- Zu **Programmieraufgaben*** ist bis zum 21.04.2022 um 12:00 Uhr ein **kommentierter** MATLAB-Quellcode zu schreiben, welcher zusammen mit den damit erstellten Plots ausgedruckt und in in Fach 17 eingeworfen werden soll. Der Code ist nicht per Mail einzureichen.
- Zu **Votieraufgaben** wird keine schriftliche Abgabe verlangt. Die Lösung wird in der Übung besprochen.

*Die Abgabe und Bearbeitung darf in Zweiergruppen erfolgen.