Wintersemester 2011/2012 25.01.2012

Prof. Dr. Martin Möller
Dr. André Kappes

Lineare Algebra – Tutorium 13

Aufgabe 1 Es sei $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ und $J \in \mathbb{C}^{n\times n}$ die Jordannormalform von A. Welche Größe von A bestimmt

a) die Anzahl der Jordanblöcke?

b) die Anzahl der Jordankästchen in einem Jordanblock?

c) die Länge des längsten Jordankästchens eines Jordanblocks?

Aufgabe 2 Die Matrix $A \in \mathbb{C}^{5\times 5}$ habe nur einen Eigenwert $\lambda \in \mathbb{C}$. Liste alle Möglichkeiten für die Jordannormalform von A.

Aufgabe 3 Es sei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{5\times 5}.$$

Dann gilt

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A^3 = 0.$$

Bestimme die Jordannormalform J von A und eine Jordanbasis, d.h. eine Basis bezüglich der die lineare Abbildung $x \mapsto Ax$ die Abbildungsmatrix J hat.

Aufgabe 4 Bestimme die Jordannormalform von

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{4\times 4}.$$