Prof. Dr. M. Möller
Quentin Gendron
Kolja Hept

WS 2011/12
Frankfurt/M., 19. Oktober 2011
Abgabetermin: 27.10.2011

Lineare Algebra

Übungsblatt 1[1]

Aufgabe 1

Für zwei Mengen A, B heiße $A\Delta B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ die symmetrische Differenz von A und B. Zeigen Sie (durch Zurückführen auf die Definitionen von $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$), dass für beliebige Mengen A, B gilt:
a) $\emptyset \Delta A = A$
b) $A \Delta A = \emptyset$
c) $A \Delta B = B \Delta A$
d) $A\Delta(A\Delta B) = B$ (d.h. $A\Delta B$ löst die Gleichung $A\Delta X = B$)

Aufgabe 2

a) Sei M eine endliche Menge. Bestimmen sie $|\mathcal{P}(M)|$.
b) Sei M eine beliebige Menge. Zeigen sie, dass es keine surjektive Abbildung $\varphi : M \to \mathcal{P}(M)$ gibt.

Aufgabe 3

a) Seien Y, Z Mengen. Zeigen sie, dass eine Abbildung $g : Y \to Z$ genau dann injektiv ist, wenn gilt: Für alle Mengen X und Abbildungen $f_1, f_2 : X \to Y$ gilt: $g \circ f_1 = g \circ f_2$ impliziert $f_1 = f_2$.
b) Seien X, Y Mengen. Zeigen sie, dass eine Abbildung $f : X \to Y$ genau dann surjektiv ist, wenn gilt: Für alle Mengen Z und Abbildungen $g_1, g_2 : Y \to Z$ gilt: $g_1 \circ f = g_2 \circ f$ impliziert $g_1 = g_2$.

Aufgabe 4

D_n bezeichne die Symmetriegruppe des regelmäßigen n-Ecks, das ist die Menge der Rotationen und Achsenspiegelungen der Ebene $\mathbb{R}^2$, welche das n-Eck wieder in sich überführen und der Hintereinderausführung von Abbildungen als Verknüpfung. Im Falle $n = 4$ sei das Quadrat o.B.d.A jenes mit Eckpunkten $(1|1)$, $(-1|1)$, $(-1|-1)$ und $(1|-1)$. Dann ist $D_n = \{r_0, r_1, r_2, r_3, s_0, s_1, s_2, s_3\}$, wobei für $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ jeweils r_k die Rotation um $(0|0)$ um den Winkel $k\pi/2$ und s_k die Spiegelung an der Geraden, die mit der 'x-Achse' $\mathbb{R} \times \{0\}$ von der x-Achse aus gesehen gegen den Uhrzeigersinn den Winkel $k\pi/4$ einschließt. Bestimmen Sie die Verknüpfungstafel von D_4 und zeigen sie, dass es sich hierbei um eine Gruppe handelt.

[1] *auch im Internet unter*
http://www.uni-frankfurt.de/fb/fb12/mathematik/ag/personen/lehnert_ralf/LAWS1112/index.html
und im e-Learning System OLAT

Prof. Dr. M. Möller
Quentin Gendron
Kolja Hept

WS 2011/12
Frankfurt/M., 19. Oktober 2011
Abgabetermin: 27.10.2011

Das griechische Alphabet

Buchstabe	klein	groß
Alpha	α	A
Beta	β	B
Gamma	γ	Γ
Delta	δ	Δ
Epsilon	ε, ϵ	E
Zeta	ζ	Z
Eta	η	H
Theta	θ, ϑ	Θ
Iota	ι	I
Kappa	κ	K
Lambda	λ	Λ
My	μ	M
Ny	ν	N
Xi	ξ	Ξ
Omikron	o	O
Pi	π, ϖ	Π
Rho	ρ, ϱ	P
Sigma	σ	Σ
Tau	τ	T
Ypsilon	υ	Υ
Phi	ϕ, φ	Φ
Chi	χ	X
Psi	ψ	Ψ
Omega	ω	Ω

An dieser Stelle sei nun noch jedem empfohlen, im Internet auf der Seite

http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/uebungsblatt

('Wie bearbeitet man ein Übungsblatt?' von Prof. Dr. Manfred Lehn) vorbeizuschauen. Hier wird sehr gut dargestellt, was der Sinn und Zweck von Übungsaufgaben ist und wie man diese am Besten bearbeitet und aufschreibt.