

# Funktionentheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen

## Übungsblatt 7

Bitte beachten Sie die Bearbeitungszeit!

### Aufgabe 1 (4P)

Gegeben seien die Funktionen

- a)  $f(x, y) := e^x + e^{-y^2}$ ,
- b)  $f(x, y) := \cos(y) \cdot \sqrt[3]{y}$ ,
- c)  $f(x, y) := |y| - 1$ .

Betrachten Sie für die Funktionen  $f(x, y)$  das Anfangswertproblem

$$y'(x) = f(x, y(x)), \quad y(0) = 0.$$

Entscheiden und begründen Sie, ob in einem Intervall  $[0, 0+a]$  für  $a > 0$  eine reellwertige Lösung existiert. Diskutieren Sie gegebenenfalls, ob diese eindeutig ist.

### Aufgabe 2 (4P)

Betrachten Sie das Anfangswertproblem

$$y'(x) = x^2 \cdot y(x) + 1, \quad y(0) = 1.$$

Geben Sie dafür die ersten sieben Koeffizienten einer Potenzreihe um den Punkt 0 an, welche jenes AWP löst.

### Zusatzaufgabe: Mixed DGI (0P)

Lösen Sie die folgenden AWP'e auf geeigneten Intervallen.

- a)  $y' = -4x^2 \cdot y(x) + 3x^2$ ,  $y(0) = 1$ ,
- b)  $y' = \sin(x) \cdot \sqrt{y}$ ,  $y(0) = \frac{1}{4}$ ,
- c)  $y' = \frac{1 + y^2}{x}$ ,  $y(1) = 1$ ,
- d)  $y' = (-x + y + 2)^2$ ,  $y(0) = -2$ .

(Tipp: d) Substitution)