Prof. Dr. M. Möller
Quentin Gendron

SS 2013
Frankfurt/M., 17.06.2013
Abgabetermin: 24.06.2013

Darstellungstheorie

Übungsblatt 5

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Geben Sie in Matrixform die Darstellung von S_4 an, die dem Tableau

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 2 & 4 \\ \hline 3 \\ \cline{1-1}\end{array}$$

entspricht.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei

$$\mu = 1^{r_1} 2^{r_2} ... k^{r_k}$$

eine Partition von n, und C_μ die Konjugationsklasse in S_n mit r_i i-Zykeln für alle $i \in \{1, ..., k\}$.
Zeigen Sie, dass

$$\chi_{(n-1,1)}(C_\mu) = r_1 - 1$$

gilt.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_k)$ und $\lambda' = (\lambda'_1, ..., \lambda'_l)$ zueinander konjugierte Partitionen. Zeigen Sie, dass die Mengen

$$\{\lambda_i + k + 1 - i : 1 \leq i \leq k\} \text{ und } \{k + j - \lambda'_j : 1 \leq j \leq l\}$$

eine disjunkte Vereinigung der Menge $\{1, ..., k + l\}$ bilden.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei λ ein Young Diagramm zu einer Partition von n. Die Hakenlänge $\mathrm{h}(k)$ eines Kästchens k ist der Anzahl der Kästchen, die unterhalb und rechts von k liegen (k zählt dazu). Als Beispiel ist das folgende Diagramm mit den Hakenlängen jedes Kästchens gefüllt:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & 3 & 1 \\ \hline 2 & 1 \\ \cline{1-2}\end{array}.$$

Sei K die Menge der Kästchen. Zeigen Sie, dass

$$\dim(V_\lambda) = \frac{n!}{\Pi_{k \in K} \mathrm{h}(k)}$$

gilt.