

Übungsblatt 11

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $a \in \mathbb{Q}$ und

$$A(a) := \begin{pmatrix} a & 3 & 5 \\ 1 & a+1 & a+2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A(a)$ und bestimmen Sie für welche $a \in \mathbb{Q}$ die Matrix invertierbar ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei K ein Körper. Bestimmen Sie für welche $x_1, \dots, x_n \in K$ die Matrix

$$M(x_1, \dots, x_n) := \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

invertierbar ist.

Hinweis: Betrachten Sie zunächst die Fälle $n = 2$ und $n = 3$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Koeffizienten von X^3 und den konstanten Term in CharPoly_A für

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie zudem die Eigenräume und -werte von A .

Aufgabe 4 (4 Punkte)

- Sei V ein K -Vektorraum. Eine Abbildung $f \in \text{End}(V)$ heißt Projektion, falls $f \circ f = f$ gilt. Welche $\lambda \in K$ können als Eigenwerte einer Projektion vorkommen?
- Zeigen Sie, dass eine Matrix und ihre Transponierte die selben Eigenwerte haben. Gilt dies auch für die Eigenvektoren?

Zusatzaufgabe

Finden Sie die acht LA-Begriffe und stellen Sie sicher, dass Sie alle definieren und verwenden können!

O	U	N	N	Z	R	U	O	F	R	G	Y	V	I	W	M	B	U	P	R	M	U	W	O	V	F
E	G	L	R	D	X	A	E	G	N	J	K	T	D	J	Z	F	M	L	Z	H	X	S	Z	N	M
C	H	A	R	A	K	T	E	R	I	S	T	I	S	C	H	E	S	P	O	L	Y	N	O	M	K
V	A	D	W	D	M	Q	C	U	Q	D	K	W	R	O	L	D	L	Y	O	G	C	R	V	G	L
Q	Y	Q	K	Q	O	L	M	O	P	D	F	N	I	I	P	B	T	B	U	A	H	B	L	T	Z
T	U	B	W	O	W	V	B	V	D	V	T	N	T	M	V	K	M	M	N	D	U	K	I	I	R
S	U	Y	H	A	O	K	D	L	O	F	S	I	G	N	U	M	X	U	M	T	W	W	Y	P	V
H	A	N	K	I	O	Y	D	T	E	M	E	T	D	O	P	V	Z	A	B	O	L	D	N	C	E
B	X	R	G	M	W	Q	Z	S	U	W	F	K	L	Y	I	S	S	R	Y	Z	G	Q	L	N	R
J	H	X	R	A	S	V	I	E	L	F	A	C	H	H	E	I	T	N	S	Y	H	W	D	J	P
U	T	B	K	U	S	T	T	F	U	H	W	G	O	H	T	H	R	E	T	X	N	R	C	L	N
J	Y	W	F	W	S	W	E	R	L	T	B	D	H	I	T	W	J	G	X	G	R	X	R	Q	E
Z	G	R	F	Z	I	R	Q	Z	E	E	M	T	E	Y	K	H	A	I	S	L	I	Y	S	F	J
G	V	R	I	J	V	X	E	E	S	W	F	R	Z	T	M	X	P	E	W	O	J	U	B	H	I
Q	O	J	L	Z	B	U	H	G	G	Y	N	V	N	Z	E	H	P	W	Y	G	M	B	V	R	A
L	Q	P	D	V	Z	L	E	X	E	E	I	E	I	Q	G	R	Q	O	R	V	S	M	E	E	V
N	Y	M	E	K	E	J	B	W	H	L	W	U	G	C	A	T	M	U	L	Y	C	H	P	L	M
T	L	L	L	T	A	G	Q	J	K	C	S	S	H	I	X	B	L	I	H	T	H	X	X	J	J
D	A	P	V	H	D	I	T	N	Z	Q	C	H	L	I	E	W	A	X	N	Y	P	E	Y	V	P
H	C	G	N	L	R	U	I	V	W	W	U	X	O	M	G	H	D	M	B	A	E	Q	R	U	B
C	B	C	J	Y	H	K	B	Z	D	P	D	W	R	X	B	F	X	Z	B	O	N	I	L	C	E
N	F	Y	F	W	Q	D	X	S	G	P	K	S	J	I	C	L	Q	Q	T	K	N	T	U	O	D
E	V	H	M	S	U	S	O	F	U	K	Q	J	E	B	F	G	C	A	H	F	Z	J	E	U	K
G	X	Z	B	L	A	P	L	A	C	E	E	N	T	W	I	C	K	L	U	N	G	O	X	L	X
P	M	I	S	Q	Q	B	T	Z	M	C	A	L	Y	J	L	Y	G	B	I	F	S	Q	E	Y	J
G	W	X	C	V	R	C	X	K	F	I	E	L	U	N	V	V	W	T	G	U	Q	N	F	N	G

Abgabe bis 10:00 am Montag, den 15. Juli in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.