

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 4

Aufgabe 1

$$\text{Ist } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] ? \quad \text{Ist } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] ?$$

Aufgabe 2

Sei V ein Vektorraum und $M \subseteq V$ eine Teilmenge.

Zeigen Sie:

- (a) $[M] \subseteq V$ ist der kleinste Untervektorraum von V , der M enthält.
- (b) $[M]$ ist der Durchschnitt aller Untervektorräume von V , die M enthalten.

Aufgabe 3

Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Sind v_1, v_2, v_3 linear unabhängig im \mathbb{R}^3 ?
- (b) Bestimmen Sie eine Basis B von $[v_1, v_2, v_3]$.
- (c) Ergänzen Sie B zu einer Basis des \mathbb{R}^3 .