Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2018
23. April 2018

Lineare Algebra L2/L5
Prof. Dr. Martin Möller
Dr. Jonathan Zachhuber

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in Zeilenstufenform und geben Sie die Umformungsschritte im Gaußverfahren an:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 16x_5 &= 6 \\ -10x_1 - 9x_2 - 5x_3 - 79x_5 &= -27 \\ -3x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 26x_5 &= -10 \\ -3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 25x_5 &= -9 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie zudem die Lösungsmenge im $\mathbb{R}^5$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Entscheiden Sie bei jeder der folgenden Inklusionen, ob es sich um Untervektorräume handelt.

(a) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$;

(b) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x = 3y\} \subseteq \mathbb{R}^3$;

(c) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x = 3 + y\} \subseteq \mathbb{R}^3$;

(d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = y^2\} \subseteq \mathbb{R}^2$;

(e) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq y\} \subseteq \mathbb{R}^3$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei V ein Vektorraum und $U_1, U_2 \subseteq V$ Untervektorräume.

Zeigen Sie: $U_1 \cup U_2$ ist ein Untervektorraum $\iff$ $U_1 \subseteq U_2$ oder $U_2 \subseteq U_1$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Beweisen Sie mit Hilfe von Vektorrechnung: Wenn sich die Diagonalen eines ebenen Vierecks gegenseitig halbieren, handelt es sich um ein Parallelogramm (d.h. die Differenzen von zwei benachbarten Eckpunkten geben jeweils, bis auf ein Vorzeichen, den gleichen Vektor).

Abgabe bis **10:00** am **Montag, den 30. April** in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.