

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

(a) Sei (G, \circ) eine Gruppe und $U \subset G$ eine Teilmenge. Zeigen Sie:

$$U \text{ ist eine Untergruppe} \iff U \neq \emptyset \text{ und } \forall x, y \in U : x \circ y^{-1} \in U.$$

(b) Sei (G, \circ) eine Gruppe, in der für alle $x \in G$ gilt: $x = x^{-1}$. Zeigen Sie: (G, \circ) ist abelsch.

Aufgabe 2

(a) Sei $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in S_6$. Schreiben Sie π als Verkettung von Transpositionen.

(b) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie $\#S_n$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Gruppe der invertierbaren 2×2 -Matrizen nicht abelsch ist.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Anzahl der Symmetrien des regelmäßigen 8-Ecks.