

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in den Variablen x_1, \dots, x_8 in Zeilenstufenform. Geben Sie die zugehörige spezielle Zeilenstufenform an und lesen Sie deren Lösungsmenge, sowie die Lösungsmenge des ursprünglichen Gleichungssystems ab.

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 5 & 1 & 1 & 3 & 0 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \end{array} \right)$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$\sum_{i=1}^5 ix_i = 0, \quad \sum_{i=2}^5 x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^4 x_i = 2$$

im \mathbb{R}^5 .

Wie verändert sich die Lösungsmenge durch Hinzunahme der Gleichung $x_1 - x_5 = 2$?

Geben Sie die Lösungsmenge im \mathbb{R}^6 an.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Entscheiden Sie bei jeder der folgenden Inklusionen, ob es sich um Untervektorräume handelt.

- (a) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$;
- (b) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x = y\} \subseteq \mathbb{R}^3$;
- (c) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = 1\} \subseteq \mathbb{R}^3$;
- (d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\} \subseteq \mathbb{R}^2$;
- (e) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei V ein Vektorraum und $U_1, U_2 \subseteq V$ Untervektorräume.

Zeigen Sie: $U_1 \cup U_2$ ist ein Untervektorraum $\iff U_1 \subseteq U_2$ oder $U_2 \subseteq U_1$.

Abgabe bis 12:00 am Freitag, den 26. Mai in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.