Hauptklausur

Modulteilprüfung Geometrie L2/L5

(L2M-GL, L5M-GL)

Prof. Dr. Martin Möller // Jonathan Zachhuber

SoSe 2017 // 20.07.2017

Kontrollieren Sie, ob Sie alle 4 Aufgabenblätter erhalten haben, und geben Sie alle Blätter zusammen ab.

Versehen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Beantworten Sie die Fragen in dem dafür vorgesehenen Bereich auf den Aufgabenblättern. Wenn der Platz nicht ausreicht, schreiben Sie bitte auf der Rückseite weiter.

Wenn Sie zusätzliche Blätter verwenden, versehen Sie diese mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Wenn nicht anders angegeben, sind alle Antworten zu begründen. Aussagen aus der Vorlesung und den Übungsblättern dürfen verwendet werden. Falls Sie eine Teilaufgabe nicht lösen können, dürfen Sie dennoch das Ergebnis zur Lösung anderer Aufgabenteile benutzen.

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Hinreichend zum Bestehen: **25 Punkte**

Name: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Studiengang: ____________________

☐ Dies ist eine letztmalig wiederholte Klausur und daher nach Teil III, Abschnitt 1, §15 (9) der Lehramtsstudienordnung von zwei Prüfenden zu bewerten.

Aufgabe	1	2	3	4	Gesamt
Punkte	10	10	15	15	50
erreicht					

Hauptklausur

Modulteilprüfung
Geometrie L2/L5
(L2M-GL, L5M-GL)

Prof. Dr. Martin Möller // Jonathan Zachhuber

SoSe 2017 // 20.07.2017

Kontrollieren Sie, ob Sie alle 4 Aufgabenblätter erhalten haben, und geben Sie alle Blätter zusammen ab.

Versehen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Beantworten Sie die Fragen in dem dafür vorgesehenen Bereich auf den Aufgabenblättern. Wenn der Platz nicht ausreicht, schreiben Sie bitte auf der Rückseite weiter.

Wenn Sie zusätzliche Blätter verwenden, versehen Sie diese mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Wenn nicht anders angegeben, sind alle Antworten zu begründen. Aussagen aus der Vorlesung und den Übungsblättern dürfen verwendet werden. Falls Sie eine Teilaufgabe nicht lösen können, dürfen Sie dennoch das Ergebnis zur Lösung anderer Aufgabenteile benutzen.

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Hinreichend zum Bestehen: **25 Punkte**

Name: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Studiengang: ______________________

☐ Dies ist eine letztmalig wiederholte Klausur und daher nach Teil III, Abschnitt 1, §15 (9) der Lehramtsstudienordnung von zwei Prüfenden zu bewerten.

Aufgabe	1	2	3	4	Gesamt
Punkte	10	10	15	15	50
erreicht					

Aufgabe 1

[10 Punkte]

Gegeben seien vier Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \ D = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Zeichnen Sie A, B, C, D in Zweitafelprojektion.

(b) Zeigen Sie, dass AB und CD windschief sind.

(c) Zeichnen Sie einen Punkt E ein, so dass AB und CE parallel liegen. Geben Sie die Koordinaten von $E \in \mathbb{R}^3$ an.

Aufgabe 2

[10 Punkte]

Gegeben seien die Punkte $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ und $C = (0, 0, 1)$ auf der Einheitssphäre S im $\mathbb{R}^3$.

(a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des (sphärischen) Dreiecks ABC.

(b) Geben Sie einen Punkt $A' \in S$ (in sphärischen Koordinaten) an, so dass der Flächeninhalt des Dreiecks $A'BC$ genau $\pi/4$ beträgt.

Aufgabe 3

[15 Punkte]

Sei $P : y = x^2$ eine Parabel und seien $P_1 = (x_1, y_1)$ und $P_2 = (x_2, y_2)$ verschiedene Punkte auf P.

(a) Geben Sie die Gleichungen der Tangenten T_{P_i} durch P_i an P an $(i = 1, 2)$.

(b) Sei Q_1 der Schnittpunkt von T_{P_1} und der Geraden $g_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = x_2\}$, sowie Q_2 der Schnittpunkt von T_{P_2} und der Geraden $g_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = x_1\}$. Zeigen Sie: $Q_1 = (x_2, 2x_1x_2 - x_1^2)$ und $Q_2 = (x_1, 2x_2x_1 - x_2^2)$.

(c) Zeigen Sie, dass die Gerade Q_1Q_2 parallel zu der Geraden P_1P_2 ist.

Aufgabe 4

[15 Punkte]

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen (jeweils 5 Punkte):

(a) Eine Ellipse mit Brennpunkten B_1 und B_2 ist dann ein Kreis, wenn $B_1 = B_2$ ist.

(b) Es gibt eine affine Ebene mit 4 Punkten.

(c) Es existiert ein $\alpha \in \mathbb{R}$, so dass $2\sin^2(\alpha) + \cos(2\alpha) = 0$.