

Elementarmathematik I
Übungsblatt 9

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya
Übungen: F. Göbler

20.12.2019

Die folgenden Aufgaben werden in der Übung bearbeitet und nicht abgegeben.

Übung 1 (Präsenzaufgabe)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv, oder bijektiv sind.

- a) $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x-2}$.
- b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3$.
- c) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto 2n$.
- d) $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x + 7$.
- e) $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, x \mapsto 3x + 7$.

Übung 2 (Präsenzaufgabe)

Gegeben seien die Abbildungen $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, wobei $f(x) = x^3$, $g(x) = 2x - 1$ und $h(x) = \sin(x)$.

1. Berechnen Sie die Hintereinanderausführungen (bzw Verkettungen oder auch Kompositionen) $f \circ g, f \circ h, g \circ f, g \circ h, h \circ g, h \circ f$. Beachten Sie dabei, dass die Hintereinanderausführung von Abbildungen nicht kommutativ ist!
2. Berechnen Sie $f \circ g \circ h, f \circ h \circ g, g \circ f \circ h, g \circ h \circ f, h \circ f \circ g, h \circ g \circ f$.

Die folgenden Aufgaben sind abzugeben und werden bewertet.

Übung 3 (4 Punkte)

Betrachten Sie für $a, b \in \mathbb{R}$ die Abbildung

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto ax + b.$$

Für welche Werte von a und b ist die Abbildung surjektiv, für welche sogar bijektiv?

Übung 4 (4 Punkte)

Für welche Werte von $c \in \mathbb{R}$ ist die Abbildung

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + cx$$

injektiv, surjektiv oder bijektiv?

Übung 5 (4 Punkte)

Für welche Werte von $a, b \in \mathbb{R}$ ist die Abbildung

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto \frac{1}{ax + b}$$

injektiv, surjektiv oder bijektiv?

Übung 6 (4 Punkte)

Betrachten Sie die Abbildungen

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Q} &\longrightarrow \mathbb{Q}, x \longmapsto x^2 - 2, \\ g : \mathbb{Q}_{\geq 0} &\longrightarrow \mathbb{Q}, x \longmapsto 3x - 4, \\ h : \mathbb{Q} &\longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto x. \end{aligned}$$

In welchen Reihenfolgen ist die Verkettung dieser Abbildungen wohldefiniert? Berechnen Sie in diesen Fällen die Hintereinanderausführung.

Die folgenden Aufgaben sind zur eigenen Wiederholung gedacht und werden nicht abgegeben.

Übung 7 (Wiederholung)

Beweisen Sie, dass $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$ genau dann gilt, wenn $A \subseteq B$ oder $B \subseteq A$ erfüllt ist.

Hinweis: Betrachten Sie die Aussage zunächst für das Beispiel $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 24.01.2020**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.