Elementarmathematik I

Übungsblatt 4

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 08.11.2019

Übungen: M. Nickel

Die folgenden Aufgaben werden in der Übung bearbeitet und nicht abgegeben.

Übung 1 (Präsenzaufgabe)
In einer Schulklasse müssen alle Schüler mindestens eine Sprache lernen. Die Auswahl ist Englisch, Französisch und Latein.
11 Schüler lernen Englisch, 14 lernen Französisch und 16 lernen Latein.
Es gibt 5 Schüler, die Englisch und Latein lernen, 4 Schüler, die Englisch und Französisch lernen und 7, die Latein und Französisch lernen.
Die Anzahl der Schüler, die Englisch, Latein und Französisch lernen ist 3.
Wieviele Schüler sind in der Klasse?

Übung 2 (Präsenzaufgabe)
Bestimmen Sie jeweils $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ für die folgenden Mengen

1. $A := \{x \in \mathbb{R} \mid 4(x-2) < 1\}$ und $B := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x < 0\}$.
2. $A := \{x \in \mathbb{N} \mid \exists p \in \mathbb{N} \text{ mit } x = 7p\}$ und $B := \{x \in \mathbb{Z} \mid \exists q \in \mathbb{Z} \text{ mit } x = 5q\}$.

Die folgenden Aufgaben sind abzugeben und werden bewertet.

Übung 3 (4 Punkte)
In einer Schachtel befinden sich farbige Bälle. Jeder Ball enthält mindestens eine der Farben Blau, Grün, Rot und Gelb.
Es gibt 19 Bälle, die Blau enthalten, 18, die Grün enthalten, 16, die Gelb enthalten und 22, die Rot enthalten.
Darüber hinaus gibt es 9, die Blau und Grün enthalten, 0, die Blau und Gelb enthalten, 6, die Blau und Rot enthalten, 4, die Grün und Gelb enthalten, 6, die Grün und Rot enthalten und 6, die Rot und Gelb enthalten.
Weiterhin gibt es 3, die Rot, Grün und Blau enthalten, 0, die Blau, Grün und Gelb enthalten und 0, die Gelb, Rot und Blau enthalten.
Außerdem gibt es keine Bälle, die Rot, Grün, Blau und Gelb enthalten.
Wieviele Bälle sind in der Schachtel?

Übung 4 (4 Punkte)
Beweisen Sie:

$$A \cup B = (A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A)\,.$$

Übung 5 (4 Punkte)

1. Berechnen Sie die Potenzmengen $\mathcal{P}(\{a,b,c\})$, $\mathcal{P}(\{a,b\})$ und $\mathcal{P}(\{b,c\})$.

2. Seien A, B Mengen. Zeigen Sie, dass dann $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$ und $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B)$ gilt. Geben Sie ein einfaches Beispiel dafür an, dass im zweiten Fall im Allgemeinen keine Gleichheit gilt.

Übung 6 (4 Punkte)
Beweisen Sie:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)\,.$$

Die folgenden Aufgaben sind zur eigenen Wiederholung gedacht und werden nicht abgegeben.

Übung 7 (Wiederholung)
Für natürliche Zahlen $0 \leq k \leq n$ sei

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}\,.$$

Beweisen Sie, dass für $0 \leq n \leq 5$ und $0 \leq k \leq n$ gilt:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}\,.$$

Dieses Blatt kann bis spätestens **16:00 Uhr** am **Freitag, den 22.11.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.