Übungen zur Vorlesung Algebraische Geometrie I

Übungsblatt 5

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya — Übungen: M. Nickel

Übung 1 (Präsenz)
Zeige $\mathcal{O}_X(U) = \mathcal{O}_X(X) = K[X]$ für eine offene Teilmenge U einer affinen Varietät X mit der Eigenschaft, dass $K[X]$ ein UFD ist und U das Komplement einer irreduziblen Untervarietät der Kodimension mindestens 2 in X ist.

Übung 2 (Abgabe)
Zeige, dass die konstante Garbe eine Garbe ist.

Übung 3 (Abgabe)
Sei $X \subset \mathbb{A}^n_K$ eine affine Varietät und sei $a \in X$ ein Punkt. Zeige, dass $\mathcal{O}_{X,a} \cong \mathcal{O}_{\mathbb{A}^n_K,a}/I(X)\mathcal{O}_{\mathbb{A}^n_K,a}$, wobei $I(X)\mathcal{O}_{\mathbb{A}^n_K,a}$ das Ideal in $\mathcal{O}_{\mathbb{A}^n_K,a}$ bezeichne, das von allen Quotienten $f/1$ mit $f \in I(X)$ erzeugt wird.

Übung 4 (Abgabe)
Sei $\mathcal{F}$ eine Garbe auf einem topologischen Raum X und sei $a \in X$. Zeige, dass der Halm $\mathcal{F}_a$ ein lokales Objekt in folgendem Sinn ist: ist $U \subset X$ eine offene Umgebung von a, so ist $\mathcal{F}_a$ isomorph zum Halm von $\mathcal{F} \mid U$ bei a auf dem topologischen Raum U.

Übung 5 (Abgabe)
Sei $f : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ ein Morphismus von Prägarben abelscher Gruppen auf einem topologischen Raum X. Zeige, dass f für $a \in X$ einen Morphismus $f_a : \mathcal{F}_a \to \mathcal{G}_a$ auf den Halmen induziert.