Lineare Algebra zur Sekundarstufe I

Übungsblatt 4

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya — 07.06.2019
Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)
Sei G eine Gruppe. Die Ordnung eines Elements $g \in G$ ist definiert als

$$\operatorname{ord}(g) := \min\{n \in \mathbb{N} \mid g^n = e\}\,.$$

Sei S_4 definiert als die Gruppe aller bijektiven Abbildungen $\varphi : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4\}$ zusammen mit der Verkettung von Abbildungen als Verknüpfung. Geben Sie alle Zahlen an, die als Ordnung eines Elements von S_4 auftreten.

Übung 2 (4 Punkte)
Sei G eine Gruppe. Das Zentrum von G ist definiert als

$$Z(G) := \{g \in G \mid gh = hg \text{ für alle } h \in G\}\,.$$

Zeigen Sie, dass $Z(G)$ eine Untergruppe von G ist. Zeigen Sie weiterhin, dass für alle $g \in Z(G)$ und $h \in G$ gilt: $hgh^{-1} \in Z(G)$.

Übung 3 (4 Punkte)
Gegeben sein $M \in \mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass die Menge der Drehungen um den Punkt M zusammen mit der Verkettung von Drehungen als Verknüpfung eine Gruppe ist.

Übung 4 (4 Punkte)
Seien $x = (x_1, x_2)$ und $y = (y_1, y_2)$ Punkte in $\mathbb{R}^2$. Wir definieren

$$d(x,y) := \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2}\,.$$

Zeigen Sie, dass die Menge der surjektiven Abbildungen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit der Eigenschaft, dass

$$d(f(x), f(y)) = d(x,y)$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}^2$, zusammen mit der Verkettung von Abbildungen als Verknüpfung eine Gruppe bilden.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 14.06.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.