Geometrie

Übungsblatt 5

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 13.06.2019

Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)

Gegeben Sei die Gerade

$$g = \left\{ \begin{pmatrix} 1+2t \\ 2-t \\ (a+b)t \end{pmatrix} \middle| t \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3 ,$$

wobei $a, b \in \mathbb{R}$. Finden Sie zwei Ebenen in $\mathbb{R}^3$, deren Schnitt g ist, das heißt finden Sie $u_1, u_2, u_3, u_4, v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{R}$ abhängig von a, b, sodass

$$g = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \middle| u_1x + u_2y + u_3z = u_4 \text{ und } v_1x + v_2y + v_3z = v_4 \right\}$$

gilt.

Übung 2 (4 Punkte)

Gegeben seien die Punkte $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$. Finden Sie alle Kreise durch diese Punkte in Abhängigkeit von a, b.

Übung 3 (4 Punkte)

Gegeben Sei der Einheitskreis und der Punkt $P = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Geben Sie alle Geraden durch P an und bestimmen Sie für jede dieser Geraden die Anzahl der Schnittpunkte mit dem Einheitskreis.

Übung 4 (4 Punkte)

Sei $g \subset \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$ die Gerade in $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$, die durch die Ebene in $\mathbb{R}^3$ mit Ebenengleichung $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0$ gegeben ist. Entfernt man die Gerade g, so erhält man die affine Ebene $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}} \setminus g$. Geben Sie eine bijektive Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}} \setminus g$ an.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 21.06.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.