

Geometrie Übungsblatt 1

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya
Übungen: M. Nickel

18.04.2019

Übung 1 (4 Punkte)

Geben Sie jeweils ein Beispiel für ein Paar $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$, wobei \mathcal{G} eine Teilmenge der Potenzmenge von \mathcal{P} sei, das

- (a) das Verbindungsaxiom und die Existenz von Parallelen erfüllt, aber das Reichhaltigkeitsaxiom verletzt;
- (b) das Reichhaltigkeitsaxiom und die Existenz von Parallelen erfüllt, aber das Verbindungsaxiom verletzt;
- (c) das Verbindungsaxiom und das Reichhaltigkeitsaxiom erfüllt, aber die Existenz von Parallelen verletzt.

Übung 2 (4 Punkte)

Geben Sie eine affine Ebene A der Ordnung 3 (siehe Satz 6.4 im Skript für die Definition der Ordnung) an, indem Sie die Menge \mathcal{P} der Punkte und die Menge \mathcal{G} der Geraden von A angeben. Skizzieren Sie A .

Übung 3 (1+1+1+1+4 Punkte)

Sei

$$\mathcal{P} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \in \mathbb{Q}\}$$

die Menge der Punkte der reellen Ebene, deren Koordinaten rationale Zahlen sind. Die Geraden $g \in \mathcal{G}$ seien diejenigen Teilmengen von \mathbb{R}^2 , die durch eine Gleichung der Form $ax + by = c$ mit $a, b, c \in \mathbb{Q}$ gegeben sind, wobei a, b nicht beide 0 sind.

Zeigen Sie:

- (a) Auf jeder Geraden $g \in \mathcal{G}$ liegen unendlich viele Punkte $p \in \mathcal{P}$.
- (b) Sind $P \neq Q \in \mathcal{P}$, so ist die reelle Gerade PQ eine Gerade in \mathcal{G} .
- (c) Sind $g, h \in \mathcal{G}$ zwei Geraden, die einen reellen Schnittpunkt $S \in \mathbb{R}^2$ haben, so hat dieser Schnittpunkt rationale Koordinaten.
- (d) Zwei Geraden $g, h \in \mathcal{G}$ sind genau dann parallel, wenn sie als reelle Geraden parallel sind.
- (e) Was passiert mit (a), (b), (c) und (d), wenn man nicht fordert, dass a, b nicht beide 0 sind.

Dieses Blatt kann bis spätestens **14:00 Uhr am Freitag, den 26.04.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.