Grundlagen der Algebra

# Übungsblatt 8

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 2.06.2018
Übungen: M. Nickel

---

**Übung 1** (4 Punkte)
Seien $R$ ein Ring und $x, y, q, r \in R$ mit $x = qy + r$. Zeigen Sie, dass dann

$$(x, y) = (r, y)$$

gilt.

**Übung 2** (4 Punkte)
Sei $K$ ein Körper, über dem jedes Polynom $f \in K[X]$ vom Grad $\deg(f) > 0$ eine Nullstelle hat (ein **algebraisch abgeschlossener Körper**). Zeigen Sie, dass jedes irreduzible Polynom in $K[X]$ linear, also vom Grad 1, ist.

**Übung 3** (4 Punkte)
Sei $K$ ein Körper. Man betrachte den Unterring $R \subseteq K[[X]]$ aus Übung 3 auf Blatt 6 aller Potenzreihen mit verschwindendem linearen Term. Zeigen Sie, dass das Ideal $(X^2, X^3)$ von $R$ kein Hauptideal ist.

**Übung 4** (4 Punkte)
Sei $R$ ein Hauptidealring und $a, b \in R$ teilerfremd. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\begin{aligned} R/(ab) &\to R/(a) \times R/(b) \\ x + (ab) &\mapsto (x + (a), x + (b)) \end{aligned}$$

ein Ringisomorphismus ist.

Dieses Blatt kann bis spätestens **14:15 Uhr** am **Montag, den 11.06.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutor*innen im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.