Grundlagen der Algebra

Übungsblatt 7

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 24.05.2018

Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)

Sei R ein Integritätsring. Man bestimme die Einheitengruppe im Polynomring $R[X]$ und im Potenzreihenring $R[[X]]$.

Übung 2 (2+2 Punkte)

1. Seien $a_1, \dots, a_n$ Elemente eines Hauptidealrings R. Zeigen Sie, dass das kgV der $a_1, \dots, a_n$ das Produkt $a_1 \cdot \dots \cdot a_n$ teilt.

2. Seien p ein Primelement in einem Hauptidealring R und $a_1, \dots, a_n \in R$ Elemente. Zeigen Sie, dass aus

$$p \mid a_1 \cdot \dots \cdot a_n$$

folgt, dass für ein i mit $1 \leq i \leq n$ schon $p \mid a_i$.

Übung 3 (4 Punkte)

Sei K ein Körper. Bestimmen Sie die primen Elemente in $K[[X]]$ bis auf Einheiten.

Übung 4 (4 Punkte)

Sei X eine Menge und R ein kommutativer Ring mit Eins. Sei $V \subseteq X$ eine Teilmenge und $I(V) \subseteq \mathrm{Abb}(X, R)$ die Menge aller $f : X \to R$, sodass $f(x) = 0$ für alle $x \in V$ gilt.

1. Zeigen Sie, dass $I(V)$ ein Ideal in $\mathrm{Abb}(X, R)$ ist.

2. Zeigen Sie, dass die Einschränkungsabbildung $\mathrm{Abb}(X, R) \to \mathrm{Abb}(V, R)$, $f \mapsto f|_V$, surjektiv ist.

3. Leiten Sie mit Hilfe des Homomorphiesatzes für Ringe einen Isomorphismus

$$\mathrm{Abb}(X, R)/I(V) \cong \mathrm{Abb}(V, R)$$

her.

Dieses Blatt kann bis spätestens **14:15 Uhr** am **Donnerstag, den 31.05.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutor*innen im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.