Lineare Algebra zur Sekundarstufe I

Übungsblatt 6

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 16.06.2016
Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)
Geben Sie eine lineare Abbildung $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ an, sodass $g^n = 0$, aber $g^{n-1} \neq 0$ gelten (hier bezeichne g^n die n-fache Verknüpfung von g mit sich selbst).

Übung 2 (4 Punkte)
Sei $\mathrm{Abb}(\mathbb{N}, \mathbb{R})$ die Menge der Abbildungen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$. Zeigen Sie: setzt man für $\lambda \in \mathbb{R}$, $f, g \in \mathrm{Abb}(\mathbb{N}, \mathbb{R})$

$$\lambda \cdot f := (n \mapsto \lambda f(n))$$
$$f + g := (n \mapsto f(n) + g(n))$$

so erhält man einen $\mathbb{R}-$Vektorraum. Zeigen Sie weiterhin, dass die Dimension dieses Vektorraums unendlich ist.

Übung 3 (4 Punkte)
Sei V der $\mathbb{R}$-Vektorraum der Polynome mit Koeffizienten in $\mathbb{R}$ vom Grad kleiner oder gleich 5. Sei $d : V \to V$ die Ableitung, das heißt

$$d(a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0) := 5a_5x^4 + 4a_4x^3 + 3a_3x^2 + 2a_2x + a_1.$$

Bestimmen Sie den Kern und den Rang von d.

Übung 4 (4 Punkte)
Sei

$$A = \begin{pmatrix} -36 & 13 \\ -96 & 35 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie alle $\lambda \in \mathbb{R}$, sodass ein $v \in \mathbb{R}^2$ existiert mit der Eigenschaft

$$A \cdot v = \lambda v.$$

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 24.06.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Schnellhefter, zusammen zu halten.