Lineare Algebra zur Sekundarstufe I

Übungsblatt 5

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 02.06.2016
Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)
Seien $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ und $g : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^l$ lineare Abbildungen und seien A und B die dazugehörigen Abbildungsmatrizen bezüglich der jeweiligen Standardbasen. Zeigen Sie, dass die Abbildungsmatrix der Verkettung $g \circ f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^l$ bezüglich Standardbasen durch das Produkt $B \cdot A$ gegeben ist.

Übung 2 (4 Punkte)
Sei V ein reeller Vektorraum endlicher Dimension. Zeigen Sie: für einen echten Untervektorraum $U \subsetneq V$ gilt $\dim(U) < \dim(V)$.

Übung 3 (4 Punkte)
Beweisen sie, dass eine lineare Abbildung von Vektorräumen der gleichen Dimension genau dann surjektiv ist, wenn sie injektiv ist.

Übung 4 (4 Punkte)
Sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 1 & 2 & 4 \\ 9 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

und sei A^t die Transponierte von A, das heißt die Matrix, deren Zeilen die Spalten von A sind. Man betrachte nun die linearen Abbildungen $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, x \mapsto Ax$ und $g : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, x \mapsto A^t x$. Zeigen Sie, dass $V, W \subset \mathbb{R}^4$ definiert durch

$$V := \{Ax \mid x \in \mathbb{R}^4\}$$
$$W := \{A^t x \mid x \in \mathbb{R}^4\}$$

Untervektorräume von $\mathbb{R}^4$ sind und bestimmen Sie deren Dimension.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 10.06.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Schnellhefter, zusammen zu halten.