Lineare Algebra zur Sekundarstufe I

Übungsblatt 4

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 20.05.2016

Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie dabei Ihre Antworten.

(a) Die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^3$ sind linear unabhängig.

(b) In einem Vektorraum der Dimension n sind $n+1$ Vektoren $v_1, \ldots, v_{n+1}$ immer linear abhängig.

(c) In einem Vektorraum der Dimension $n \geq 2$ sind $n-1$ Vektoren $v_1, \ldots, v_{n-1}$ stets linear unabhängig.

Übung 2 (4 Punkte)

Man betrachte die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch $x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 7 \\ 5 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot x$.

Zeigen Sie, dass die Menge $\ker(f) := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid A \cdot x = 0\}$ einen Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ bildet und bestimmen Sie eine Basis von $\ker(f)$.

Übung 3 (4 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung (das heißt $f(x+y) = f(x) + f(y)$ und $f(\lambda x) = \lambda f(x)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}^3$ und $\lambda \in \mathbb{R}$). Zeigen Sie, dass eine 3×3 Matrix A existiert mit $f(x) = A \cdot x$ für alle $x \in \mathbb{R}^3$.

Übung 4 (4 Punkte)

Sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ eine 2×2 Matrix mit Einträgen in $\mathbb{R}$. Geben Sie eine Bedingung dafür an, dass eine 2×2 Matrix B mit Einträgen in $\mathbb{R}$ existiert mit $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass in diesem Fall B eindeutig ist und geben Sie B in Abhängigkeit von a, b, c, d an.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 27.05.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Schnellhefter, zusammen zu halten.