

Geometrie Übungsblatt 6

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya
Übungen: M. Nickel

24.06.2016

Übung 1 (4 Punkte)

Sei $P \in \mathbb{R}^3$ gegeben, seien g, h zwei Geraden durch P und $A_1, A_2, A_3 \in g$ sowie $B_1, B_2, B_3 \in h$ kollineare Punkte, sodass für die Länge der Strecken $|PA_i| = |PB_i|$ gilt für $i \in \{1, 2, 3\}$. Zeigen Sie, dass dann die Schnittpunkte $S_1 = A_1B_2 \cap A_2B_1$, $S_2 = A_1B_3 \cap A_3B_1$ und $S_3 = A_2B_3 \cap A_3B_2$ auf der Winkelhalbierenden von g und h liegen.

Übung 2 (4 Punkte)

Geben Sie eine affine Ebene A der Ordnung 3 (siehe Definition 3 und 4 von Kapitel 6 im Skript) an, indem Sie die Menge \mathcal{P} der Punkte und die Menge \mathcal{G} der Geraden von A angeben. Skizzieren Sie A .

Übung 3 (8 Punkte)

Sei

$$\mathcal{P} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \in \mathbb{Q}\}$$

die Menge der Punkte der reellen Ebene, deren Koordinaten rationale Zahlen sind. Die Geraden $g \in \mathcal{G}$ seien diejenigen Geraden in \mathbb{R}^2 , die eine Geradengleichung $ax + by = c$ mit $a, b, c \in \mathbb{Q}$ besitzen.

Zeigen Sie:

- (a) Auf jeder Geraden $g \in \mathcal{G}$ liegen unendlich viele Punkte $p \in \mathcal{P}$.
- (b) Sind $P \neq Q \in \mathcal{P}$, so ist die reelle Gerade PQ eine Gerade in \mathcal{G} .
- (c) Sind $g, h \in \mathcal{G}$ zwei Geraden, die einen reellen Schnittpunkt $S \in \mathbb{R}^2$ haben, so hat dieser Schnittpunkt rationale Koordinaten.
- (d) Zwei Geraden $g, h \in \mathcal{G}$ sind genau dann parallel, wenn sie als reelle Geraden parallel sind.

Folgern Sie, dass $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ eine affine Ebene unendlicher Ordnung ist.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr am Freitag, den 01.07.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Schnellhefter, zusammen zu halten.