Übungen zur Vorlesung Algebra I

Übungsblatt 11

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 12.01.2016
Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)
Sei $\mathbb{F} = \mathbb{F}_p^{\mathrm{alg}}$ der algebraische Abschluss von $\mathbb{F}_p$. Wir betrachten die Untergruppe $\Gamma = \langle \mathrm{Frob}_p \rangle$ in $\mathrm{Aut}(\mathbb{F}_p)$.

(a) Zeigen Sie: $\Gamma \cong \mathbb{Z}$.

(b) Bestimmen Sie $\mathbb{F}_0 = \mathbb{F}^\Gamma$. Ist $\mathbb{F}/\mathbb{F}_0$ galoissch?

(c) Bestimmen Sie $\mathrm{Aut}(\mathbb{F})$.

Übung 2 (4 Punkte)
Man beweise oder widerlege folgende Aussage:
Im Beweis von Theorem 96 ist E_1 schon algebraisch abgeschlossen.

Übung 3 (4 Punkte)
Sei L/K eine endliche, normale Erweiterung. Zeigen Sie, dass es eine Zwischenerweiterung L_i gibt, sodass L_i/K rein inseparabel und L/L_i separabel ist. Zeigen Sie weiter, dass L_i eindeutig ist mit dieser Eigenschaft und dass L/L_i galoissch ist.

Übung 4 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q}(\zeta_3, \sqrt[3]{2})/\mathbb{Q}$ galoissch ist und bestimmen Sie eine Normalbasis. Erzeugt $\zeta_3 + \sqrt[3]{2}$ eine Normalbasis?

Wir wünschen Ihnen allen einen guten Start ins neue Jahr!

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Montag, den 19.01.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Schnellhefter, zusammen zu halten.