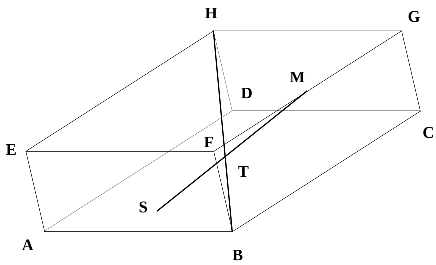
Mathematik T

<u>Beispiel für eine schriftliche Prüfung</u>

Arbeitszeit: 180 Minuten. **Hilfsmittel:** Taschenrechner (nicht graphikfähig), Formelsammlung. Die folgenden **drei Aufgaben** sind zu bearbeiten. Achten Sie bei allen Aufgaben auf die Darstellung eines vollständigen und klar strukturierten Lösungsweges in der Reinschrift und auf eine korrekte mathematische Schreibweise ! Bei Verwendung des Taschenrechners müssen die Ergebnisse auf zwei Stellen hinter dem Komma gerundet werden.

1.1 Durch die Basisvektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ wird ein Spat aufgespannt. Vom Mittelpunkt der Kante $\overline{FG}$ wird durch einen Punkt **T** der Raumdiagonalen $\overline{BH}$ eine Gerade gezogen. Diese Gerade schneidet die Grundfläche in **S** , so daß $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{5}\vec{a} + m\,\vec{b}$ ist.



1.1.1 Drücken Sie $\overrightarrow{BH}$ und $\overrightarrow{MS}$ durch die Basisvektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aus !

1.1.2 In welchem Verhältnis werden die Strecken $\overline{BH}$ und $\overline{MS}$ durch den Punkt **T** unterteilt ? Bestimmen Sie auch **m** !

1.2 Die Punkte **A(1 | 1| - 2)** , **B(4 | 3 | - 6)** und **C(4 | 1 | 2)** bilden ein Dreieck. Liegt der Punkt Punkt **P(1,75 | 2 | - 5)** innerhalb des Dreiecks **ABC** ? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch !

1.3 Das Polynom **p** zweiten Grades besitzt im Punkt $E\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{13}{8}\right)$ ein Extremum.

Außerdem liegt der Punkt $A\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{9}{8}\right)$ auf dem Graphen von **p** .

Zeigen Sie, daß $p(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ gilt !

Bestimmen Sie dann die Gleichungen der Tangenten an die Funktion **p** , die durch den Punkt $Q\left(-1 \mid \frac{7}{2}\right)$ gehen.

Achtung: Der Punkt **Q** liegt **nicht** auf dem Graphen der Funktion **p** !

Mathematatik T

2.1 $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^+$ $g(x) = 2{,}5x - 5{,}25$ $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion **f** und vom Graphen der Funktion **g** begrenzt wird !

2.2 $q(x) = x^2 \cdot e^{-x} + 1$ $\mathbb{D}_q = \mathbb{R}$

2.2.1 Bestimmen Sie – soweit vorhanden- die Schnittpunkte des Graphen der Funktion **q** mit den Koordinatenachsen !

Bestimmen Sie – soweit vorhanden- die Extrempunkte, die Wendepunkte und die Asymptoten des Graphen der Funktion **q** !

2.2.2 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion **q** (Maßstab: **1 E ≙ 1 cm**) und geben Sie den Wertebereich der Funktion **q** an !

2.3 **v** ist eine ganzrationale Funktion **4. Grades**. Der Graph der Funktion **v** ist bezüglich der y-Achse symmetrisch. Er geht durch den Punkt **A(4 | - 3)** und hat in **B(2 | 0)** einen Wendepunkt.

2.3.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion **v** !

2.3.2 Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen der Funktion **v** und den zugehörigen Wendetangenten eingeschlossen wird ?

3. Gegeben sind die Punkte **A(- 4 | 2 | - 1)**, **B(6 | - 4 | 1)**, **C(- 5 | 3 | - 2)**, **D(1 | 3 | 0)**, die Gerade **g** und die Ebene $\mathbf{E_2}$:

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ mit } \mu \in \mathbb{R}$$

$$E_2: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda, \nu \in \mathbb{R}.$$

3.1. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene $\mathbf{E_1}$, die durch die Punkte **A** , **B** und **C** festgelegt wird !

3.2 Wie liegen die Gerade **g** und die Ebene $\mathbf{E_1}$ zueinander ? Bestimmen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt !

3.3 Berechnen Sie den Abstand des Punktes **D** von der Ebene $\mathbf{E_1}$!

3.4 Wie liegen die Ebenen $\mathbf{E_1}$ und $\mathbf{E_2}$ zueinander. Bestimmen Sie gegebenenfalls eine Gleichung der Schnittgerade und den Schnittwinkel $\boldsymbol{\alpha}$.

3.5 Zeichnen Sie die Punkte **A** , **B** , **C** und **D** und die Gerade **g** in ein kartesisches Koordinatensystem ein !

Die Aufgaben 1.2, 2.1 und 2.2 beim Kurstyp M und die Aufgaben 1.1, 1.2, 1.3 und 2.2 beim Kurstyp W können als weitere Beispiele herangezogen werden.