

# Aufgabenblatt 1

## 1 Definition und Satz - ungerade Zahl

- i) Geben Sie die Definition einer ungerade Zahl.
- ii) Zeigen Sie: Das Quadrat einer ungeraden Zahl ist ungerade.

## 2 Aussagen verknüpfen

Identifizieren Sie Teilaussagen  $A$ ,  $B$  und  $C$  in den folgenden Sätzen und schreiben Sie den Satz mithilfe von Konjunktion, Disjunktion, Negation, Implikation und Äquivalenz der Aussagen  $A, B, C$ . Sei  $n$  eine ganze Zahl.

- i) Wenn  $n \leq 0$  und  $n \geq 0$  ist, so ist  $n = 0$ .
- ii) Wenn man sich in den Pyrenäen befindet und nicht in der Europäischen Union, dann befindet man sich in Andorra.
- iii)  $n$  ist gerade und eine Primzahl, genau dann wenn  $n = 2$ .
- iv) Entweder  $n$  ist gerade oder  $n + 1$  und  $n - 1$  sind gerade.

## 3 Direkter Beweis - Teilbarkeit

Seien  $a, b, c$  ganze Zahlen. Beweisen Sie: Wenn  $a \mid b$  und  $a \mid c$ , dann folgt  $a \mid b + c$ .

## 4 Aussagenlogik

Seien  $A, B$  und  $C$  Aussagen.

- i) Beweisen Sie die zweite der de-morganschen Regeln

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

mit einer Wahrheitstafel.

- ii) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

- iii) Drücken Sie  $A \Rightarrow B$  mithilfe von  $\wedge, \vee, \neg$  aus. Finden Sie einen solchen Ausdruck für  $\neg(A \Rightarrow B)$ .

## 5 \*Satz lesen

Wenden Sie die Hinweise zum Lesen von Sätzen auf die Goldbach-Vermutung an:

Eine gerade natürliche Zahl größer als 3 lässt sich als Summe zweier Primzahlen schreiben.

*Diese Vermutung wurde von Christian Goldbach um 1742 aufgestellt und ist bis heute ein ungelöstes Problem. Numerisch wurde sie für geraden natürlichen Zahlen  $< 4 \cdot 10^{18}$  gezeigt.*

---