

Funktionenkörper

Sommersemester 2022

Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Jaro Eichler und Theresa Kumpitsch

Inhalt

Die ganzen Zahlen \mathbb{Z} und der Polynomring $\mathbb{F}_q[X]$ über einem endlichen Körper haben große strukturelle Ähnlichkeiten (aber auch fundamentale Unterschiede). So sind beides Hauptidealringe mit endlicher Einheitengruppe, unendlich vielen Primelementen π (Primzahlen versus irreduzible Polynome) und die entsprechenden Faktorringe modulo π sind endliche Körper. Weil Funktionenkörper eine geometrische Sichtweise erlauben, ist es sinnvoll, die Theorie von Funktionenkörpern über endlichen Körpern parallel zur algebraischen Zahlentheorie von \mathbb{Z} aufzubauen und zu studieren. Diese geometrische Intuition ist fundamental für arithmetische Geometrie.

Im Seminar werden wir Funktionenkörper zunächst über beliebigen Grundkörpern studieren. Wir beweisen den Riemann-Roch'schen Satz, der einen dieser fundamentalen Unterschiede zur Zahlentheorie von \mathbb{Z} ausmacht.

Dann spezialisieren wir auf den Fall eines endlichen Konstantenkörpers und betrachten die Zetafunktion eines solchen Funktionenkörpers. Der Satz von Hasse-Weil über diese Zetafunktionen beweist das Analogon der Riemannschen Vermutung im Fall von Funktionenkörpern über endlichen Körpern.

Literatur

[Sti09] H. Stichtenoth, *Algebraic function fields and codes*, Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 254, Springer-Verlag, Berlin, 2009, xiv+355 pp.

Zielgruppe

Die Veranstaltung richtet sich primär an Bachelorstudierende ab dem 4. Semester und ist dem Modul BaM-Alg bzw. BaM-ZT zugeordnet. Kenntnisse aus den Vorlesungen „Elementare Zahlentheorie“ und „Algebra“ sind hilfreich und manchmal vorausgesetzt.

Zeit und Ort

Das Seminar findet Montags 14-16 Uhr in Hörsaal 16 ab dem 25.04.2020 statt.

Vorbesprechung

Dienstag, den 5.04.2022, 14:00 Uhr s.t.
Raum: Hörsaal 16

Ansprechpartner*innen:

Jaro Eichler (eichler@math.uni-frankfurt.de)
Theresa Kumpitsch (kumpitsch@math.uni-frankfurt.de)