Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2021/2022
25. Oktober 2021

Lineare Algebra 1
Prof. Dr. Martin Möller
Johannes Schwab

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 1

Aufgabe 1

Wir erinnern an die Abkürzungszeichen $\wedge$ (“und”) und $\vee$ (“oder”).

Bestimmen Sie die Negation der folgenden Aussagen:

(a) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 5$

(b) $\exists n \in \mathbb{Z} : n$ teilt 4.

(c) $a > 1 \wedge b < 5$

(d) $x = \pi \vee x = \sqrt{2}$

Aufgabe 2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

(a) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

(b) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

(c) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$

(d) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$

Aufgabe 3

Seien I, M Mengen und für alle $i \in I$ seien $A_i \subseteq M$ beliebige Teilmengen von M. Sei außerdem $B \subseteq M$.

Zeigen Sie:

(a) $\displaystyle\bigcup_{i\in I}(A_i \cap B) = \left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) \cap B$

(b) $\displaystyle\bigcap_{i\in I}(A_i \cup B) = \left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) \cup B$

Aufgabe 4

Sei M eine endliche Menge und $A := \{0, 1\}$.

(a) Finden Sie eine bijektive Abbildung $f : \mathcal{P}(M) \to A^{|M|}$.

(b) Bestimmen Sie $|\mathcal{P}(M)|$.

Aufgabe 5

Sei $b \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass

$$b\mathbb{Z} := \{n \in \mathbb{Z} : n = bk \text{ für ein } k \in \mathbb{Z}\}$$

mit der üblichen Addition als Verknüpfung eine Gruppe ist.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.