

Blatt 9

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Hessematrix der Funktion

$$f(x, y, z) = \frac{\sin(xy)}{x^2 + y^2 + z^2}$$

symbolisch. Benutzen Sie dazu `diff`.

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie die Stammfunktion $F(x, y, z)$ von

$$f(x, y, z) = \left(\sin(y) \frac{x^2}{2} - \cos(x) \frac{y^4}{4} \right) \exp(-z)$$

bezüglich der Variablen z :

$$F(x, y, z) = \int f(x, y, z) dz.$$

b) Erstellen Sie einen Surfaceplot (`fsurf`) von

$$\int_0^\infty f(x, y, z) dz$$

im Intervall $[-10 \ 10] \times [-10 \ 10]$.

Aufgabe 3

Lösen Sie das Ungleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x + y &= 0, \\ x^2 - z &= 1, \\ z^2 - 1 &> 0. \end{aligned}$$

Hinweis: Nutzen Sie `solve` mit dem zusätzlichen Parameterpaar `'ReturnConditions', true`.

Aufgabe 4

a) Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} S_1 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{k^n}$$

und

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_1 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{k^n}$$

b) Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} S_1 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{n^k}$$

und

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_1 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{n^k}$$

Nehmen Sie dazu an, dass n und N positiv sind.

Hinweis: symsum, assume

Aufgabe 5

a) Berechnen Sie die Laplace-Ableitung

$$\Delta f(x, y, z) = \left(\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z} \right)^2 \right) f(x, y, z)$$

von

$$f(r) = \frac{\sin(r)}{r}$$

für $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

- b) Vereinfachen und substituieren Sie das Ergebnis aus a) solange, bis $\Delta f(x, y, z)$ nur noch von der Variablen r abhängt. *Hinweis: collect*
- c) Plotten Sie $f(r)$ und $\Delta f(r)$ im Intervall $[0, 20]$ in einen Plot.