

## Blatt 5

### Aufgabe 1

a) Definieren Sie ein Polynom  $P$  mit

$$P(x) = x^3 - 10x^2 + 31x - 30.$$

b) Bestimmen Sie die Nullstellen von  $P$ .

c) Werten Sie  $P$  an den Stellen  $x_1 = 0.5$  und  $x_2 = 5$  aus.

d) Teilen Sie das Polynom durch  $(x - x_0)$ , wobei  $x_0$  die kleinste Nullstelle von  $P$  ist.

e) Berechnen Sie das Produkt

$$\prod_{i=1}^n (x - x_i), \quad x_i \text{ ist } i\text{-te Nullstelle von } P.$$

**Aufgabe 2** Gegeben sind die Kantenlängen  $a_i$  verschiedener Würfel. Schreiben Sie eine Funktion `Kugel`, die Ihnen die Radii  $r_i$ , die Durchmesser  $d_i$ , die Volumina  $V_i$  und die Oberflächen  $A_i$  der jeweils größten Kugeln ausgibt, die in die entsprechenden Würfel passt.

**Aufgabe 3** Die Exponentialfunktion ist über die Potenzreihe

$$\exp(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

definiert. Schreiben Sie zwei Funktionen `exp_n` und `fakultaet`. Dabei soll `fakultaet` bei Eingabe von  $N$  alle Fakultäten der ganzen Zahlen  $n_i!$  aus dem Intervall  $[0, N]$  berechnen und ausgeben. Benutzen Sie diese, um innerhalb von `exp_n` die abgebrochene Potenzreihe

$$\exp(x) = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$$

zu berechnen.

*Hinweis:* `cumprod`

**Aufgabe 4** Für eine Riemann-integrierbare Funktion  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  gilt

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \frac{b-a}{n},$$

wobei  $x_i := a + i(b-a)/n$ . Schreiben Sie eine Funktion `integriere(@f, a, b, n)`, die das Integral in obigem Sinne approximiert. Testen Sie die Funktion für  $f_1(x) = \sin(x)$ ,  $f_2(x) =$

$\cos(x)$  und  $f_3(x) = x^3 - 2.5x^2$  für das Intervall  $a = 0, b = \pi$  und  $n = 10, 20, \dots, 1000$ . Plotten Sie den Fehler

$$\left| \text{integriere}(@f_i, 0, \pi, n) - \int_0^\pi f_i(x) dx \right|$$

gegen  $n$ .

### Aufgabe 5

Erweitern Sie das Programm `integriere` aus Aufgabe 2 zu einem Programm `integriere2` so, dass es Funktionen  $f(x, y) : [x_a, x_b] \times [y_a, y_b] \rightarrow \mathbb{R}^2$  integriert. Integrieren Sie die Funktionen  $f_1(x, y) = \sin(x) \cos(y)$ ,  $f_2(x, y) = \frac{\sin(x)}{y}$  und  $f_3(x, y) = x^2 - y^2$  mit `integriere2` in  $[x_a = 0, x_b = 2\pi] \times [y_a = 0.1, y_b = 2\pi]$  für  $n = 1000$ . Geben Sie den Fehler

$$\left| \text{integriere2}(@f_i, 0, \pi, n) - \int_0^\pi f_i(x) dx \right|$$

mit MatLab aus.