

Blatt 2

Aufgabe 1

Andreas, Burkhard und Christian haben am 30. März Geburtstag. Zusammen sind sie jetzt 200 Jahre alt. Vor 60 Jahren war Christian ebenso alt wie Andreas und Burkhard zusammen. Der Altersunterschied zwischen Christian und Burkhard ist doppelt so groß wie der zwischen Burkhard und Andreas. Beantworten Sie mit Hilfe von MatLab die Frage, wie alt die drei heute sind.

Aufgabe 2

Definieren Sie die Vektoren $v=[1 \ 2 \ 3 \ 4]$ und $w=[3 \ 2 \ 4 \ 1]$.

- Beobachten Sie, wie MatLab auf die Befehle v' , $v*w$, $v'*w$, $v*w'$, $v'*w'$, $v.*w$, $v'.*w$, $v.*w'$, $v'.*w'$, $v+w$, $v'+w$, $v+w'$ und $v'+w'$ reagiert!
- Benutzen Sie den Befehl, $A=\text{reshape}(v,2,2)$. Was macht dieser Befehl?

Aufgabe 3

Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -2 & 10 & -2 \\ 1 & -2 & 7 \end{pmatrix}$.

- Bestimmen Sie die Eigenwerte $\lambda \in \mathbb{R}$ von A .
Hinweis: eig
- Bestimmen Sie für alle Eigenwerte $\lambda \in \mathbb{R}$ die Eigenvektoren.
- Ist A invertierbar? Sind die Matrizen

$$B = A^3 + 3 * A^2 + 2 * A, \quad C = A.^3 + 3 * A.^2 + 2 * A$$

invertierbar?

Aufgabe 4

- Die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

spielt eine wichtige Rolle bei der räumlichen Diskretisierung partieller Differentialgleichungen. Erzeugen Sie die Matrix A und den Vektor $b=[1,0,1,0,1]$ und lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax=b'$.

- Erzeugen Sie eine 1000×1000 -Matrix M , welche die gleiche Struktur wie die Matrix A aus Teilaufgabe a) besitzt.
Hinweis: ones(1,n) erzeugt einen Vektor der Länge n , dessen Einträge alle gleich eins sind.

Aufgabe 5

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 5 & -1 \\ 4 & 4 & -3 & 0 \\ -9 & 8 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zerlegen Sie die Matrix A , sodass $A = L + D + R$ gilt, wobei D eine Diagonalmatrix, L eine untere und R eine obere Dreiecksmatrix mit Nullen auf der Diagonale ist. Lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = b$ für $b = (39, -19, -26, 14)^T$ und berechnen Sie Lx , Dx , und Rx .

Aufgabe 6

- a) Laden Sie die Datei `Blatt2_matrix_A.mat` (siehe Kurshomepage) in MatLab. Diese beinhaltet die Matrix A .
- b) Benutzen Sie den Laplaceschen Entwicklungssatz zur Bestimmung der Determinante d von A .
Hinweis: Für $n \times n$ Matrizen A gilt: $\det(A) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} \cdot a_{ij} \cdot \det A_{ij}$, wobei A_{ij} die $(n-1) \times (n-1)$ -Untermatrix von A ist, die durch streichen der i -ten Zeile und j -ten Spalte von A entsteht.
- c) Speichern Sie die Matrix A und die Determinante d in der Datei `determinante.mat`.